

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2015
- الموضوع -

NS 22

ⵜⴰⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ
ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ
ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات
والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	7
		3

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية وحساب التكامل والمتتاليات العددية	11 نقط

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز للوغاريتم النبيري

التمرين الأول (3 ن):

- نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، المستوى (P) الذي معادلته $x + y + z + 4 = 0$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1, -1, -1)$ و شعاعها $\sqrt{3}$
- 1- (أ) احسب المسافة $d(\Omega, (P))$ و استنتج أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) 0.75
(ب) تحقق من أن النقطة $H(0, -2, -2)$ هي نقطة تماس المستوى (P) و الفلكة (S) 0.5
- 2- نعتبر النقطتين $A(2, 1, 1)$ و $B(1, 0, 1)$
- (أ) تحقق من أن $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ و استنتج أن $x - y - z = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) 0.75
(ب) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على المستوى (OAB) 0.5
(ج) حدد مثلوث إحداثيات كل نقطة من نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S) 0.5

التمرين الثاني (3 ن):

- 1- حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 + 10z + 26 = 0$ 0.75
- 2- نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C و Ω التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c و ω بحيث : $a = -2 + 2i$ و $b = -5 + i$ و $c = -5 - i$ و $\omega = -3$
- (أ) بين أن $\frac{b - \omega}{a - \omega} = i$ 0.5
(ب) استنتج طبيعة المثلث ΩAB 0.5
- 3- لتكن النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ التي لحقها $6 + 4i$
- (أ) بين أن النقط d للنقطة D هو $1 + 3i$ 0.5
(ب) بين أن : $\frac{b - d}{a - d} = 2$ و استنتج أن النقطة A هي منتصف القطعة $[BD]$ 0.75

التمرين الثالث (3 ن):

- يحتوي صندوق على ثماني كرات: 3 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرتان بيضاوان (لا يمكن التمييز بينها باللمس) نسحب عشوانيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .
- (1) نعتبر الحدث A التالي : " الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل " . 1.5
و الحدث B التالي : " الحصول على كرتين من نفس اللون " .
- بين أن $p(A) = \frac{13}{28}$ و $p(B) = \frac{1}{4}$
- (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة .
- (أ) بين أن $p(X = 2) = \frac{1}{28}$ 0.5
(ب) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$ 1

المسألة (11 ب):

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = e^x - 2x$

(1) احسب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن g تناقصية على $]-\infty, \ln 2]$ و تزايدية على $[\ln 2, +\infty[$ 0.75

(2) تحقق من أن $g(\ln 2) = 2(1 - \ln 2)$ ثم حدد إشارة g 0.5

(3) استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ 0.5

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = \frac{x}{e^x - 2x}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة 1cm)

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ (لاحظ أن $e^x - 2x = x \left(\frac{e^x}{x} - 2 \right)$ لكل x من $\mathbb{R}^*$) 1

(ب) أول هندسيا كل نتيجة من النتيجتين السابقتين . 0.5

(2) بين أن $f'(x) = \frac{(1-x)e^x}{(e^x - 2x)^2}$ لكل x من $\mathbb{R}$ 0.75

(ب) ادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ 0.75

(ج) بين أن $y = x$ هي معادلة للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C) في النقطة O أصل المعلم . 0.25

(3) أنشئ، في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، المستقيم (T) والمنحنى (C) (ناخذ $\frac{1}{e-2} \approx 1.4$ و نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي 1

انعطف أفصول إحداها ينتمي إلى المجال $]0, 1[$ و أفصول الأخرى أكبر من $\frac{3}{2}$)

(4) أ- بين أن $xe^{-x} \leq \frac{x}{e^x - 2x} \leq \frac{1}{e-2}$ لكل x من المجال $[0, +\infty[$ 0.75

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_0^1 xe^{-x} dx = 1 - \frac{2}{e}$ 0.75

ج- لتكن ، ب cm^2 ، $A(E)$ مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصل و المستقيمين 0.5

الذين معادلتاهما $x=1$ و $x=0$

بين أن $1 - \frac{2}{e} \leq A(E) \leq \frac{1}{e-2}$

III- لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty, 0]$ بما يلي : $h(x) = f(x)$

(1) بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده . 0.5

(2) أنشئ ، في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، المنحنى $(C_{h^{-1}})$ الممثل للدالة h^{-1} 0.5

IV- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = -2$ و $u_{n+1} = h(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

(1) بين بالترجع أن $u_n \leq 0$ لكل n من $\mathbb{N}$ 0.5

(2) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية (يمكنك ملاحظة ، مبيانيا ، أن $h(x) \geq x$ لكل x من المجال $]-\infty, 0]$) 0.75

(3) استنتج أن المتتالية (u_n) مقاربة و حدد نهايتها . 0.75

B